

Програмування мовою C++

7

Системи
числення

Системи числення

- Кількість цифр визначає систему числення
- Якщо використовується h цифр, то в числі $\overline{b_m b_{m-1} \dots b_2 b_1 b_0}$ параметри $b_k = 0, 1, 2, \dots, h - 1$

- В десятковій системі

$$\overline{b_m b_{m-1} \dots b_2 b_1 b_0} = b_0 \cdot h^0 + b_1 \cdot h^1 + b_2 \cdot h^2 + \dots + b_m \cdot h^m$$

- Для двійкової системи $h = 2$

$$\overline{b_m b_{m-1} \dots b_2 b_1 b_0} = b_0 \cdot 2^0 + b_1 \cdot 2^1 + b_2 \cdot 2^2 + \dots + b_m \cdot 2^m$$

параметри $b_k = 0, 1$

- Двійковий код 1101 відповідає числу

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$$

- Для вісімкової системи $h = 8$

$$\overline{b_m b_{m-1} \dots b_2 b_1 b_0} = b_0 \cdot 8^0 + b_1 \cdot 8^1 + b_2 \cdot 8^2 + \dots + b_m \cdot 8^m$$

параметри $b_k = 0, 1, 2, \dots, 7$

- Вісімковий код 123 відповідає числу

$$1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 64 + 16 + 3 = 83$$

Шістнадцяткова система

- В шістнадцятковій системі ($h = 16$) крім десяти цифр від 0 до 9 ще використовують букви від A (позначає число 10) до F (позначає число 15)

- Переведення в десяткову систему виконується відповідно до співвідношення

$$\overline{b_m b_{m-1} \dots b_2 b_1 b_0} = b_0 \cdot 16^0 + b_1 \cdot 16^1 + b_2 \cdot 16^2 + \dots + b_m \cdot 16^m$$

параметри $b_k = 0, 1, 2, \dots, 15$

- Наприклад, шістнадцятковий код $A1B$ відповідає числу

$$10 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 2560 + 16 + 11 = 2587$$

(у шістнадцятковому представленні символ A відповідає числу 10, а символ B відповідає числу 11)

Двійкове кодування

- В двійковому представленні число записується у вигляді послідовності нулів та одиниць.

- Використовується n бітів (значення 0 або 1).

- Бінарний код числа $\overline{a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0}$.

- В десятковій системі

$$a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2^1 + a_2 \cdot 2^2 + \dots + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + a_{n-1} \cdot 2^{n-1}$$

- Операції з числами в двійковій системі:

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Як кодувати від'ємні числа

- Маємо якесь додатне число x
- Необхідно визначити код для числа $-x$
- За означенням $-x + x = 0$

План дій:

• До числа x застосовуємо побітову інверсію: одиниці замінюємо на нулі, а нулі замінюємо на одиниці. Результат позначимо як $\sim x$

- Результатом виразу $\sim x + x$ є код $\underbrace{111 \dots 11}_n$ з n одиниць

- Додаємо число 1 (розраховуємо суму $\sim x + x + 1$): отримаємо код $1 \underbrace{000 \dots 00}_n$, в

якому n нулів, а у старшому біті 1

- Комп'ютер пам'ятає n бітів і старший одиничний біт втрачається
- Отримуємо код з n нулів: має місце співвідношення $\sim x + x + 1 = 0$

- Вираз $\sim x + 1$ дає код від'ємного числа $-x$

Від'ємні числа

- В двійковому представленні числа старший біт називається знаковим і визначає знак числа: у додатних чисел старший біт нульовий, а у від'ємних чисел старший біт одиничний.
- Щоб за кодом додатного числа отримати протилежне від'ємне число, необхідно інвертувати код додатного числа і додати до результату одиницю.
- Щоб за кодом від'ємного числа визначити це число в десятковій системі, слід виконати інверсію коду від'ємного числа, додати одиницю, перевести отриманий код в десяткове значення (як це робиться для додатних чисел) і "дописати" перед числом знак "мінус".